

1. Latas de comida, empilhadas num armazém, são seleccionadas para uma amostra com vista a determinar a proporção de latas danificadas. Explique por que é que a amostra que inclui apenas a lata no topo de cada pilha pode não pode ser considerada uma amostra casual.
2. Um inspector escolhe uma amostra de peças provenientes de um torno mecânico automatizado, por inspecção visual de todas as partes, e em seguida, selecciona 10% das peças "boas" para uma amostra. Explique porque é que esse método não produz uma amostra aleatória da produção do torno?
3. .Explique em que consiste o processo de inferência estatística
4. Explique a razão pela qual o processo de inferência estatística tendo sempre associado um certo grau de incerteza é rigoroso.
5. Relacione os conceitos de amostragem casual, espaço amostra e população de estatísticas.
6. Defina Estatística e dê dois exemplos. O que entende por população de estatísticas
7. Relacione os conceitos de estatística, população de estatísticas e distribuição por amostragem de uma estatística
8. : Considere uma amostra de dimensão  $n$  de uma população de Poisson. Encontre a distribuição da amostra. Justifique todos os passos.

9. Considere uma amostra de dimensão  $n$  de uma população de Bernoulli. Encontre a distribuição da amostra. Justifique todos os passos.
10. Relacione os conceitos de amostra casual e de distribuição da amostra.
- 11.: Distinga o conceito de parâmetro de uma população do conceito de estatística de uma amostra. Dê exemplos. O valor concreto que essa estatística assume para uma amostra particular é uma variável aleatória? Justifique.
12. Pretende-se fazer inferência sobre o número de defeitos num azulejo com  $15 \text{ cm}^2$  de área produzidos por uma fábrica. Recolheu-se uma amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  dessa população. Qual a estatística a utilizar? Encontre a distribuição (função probabilidade) por amostragem exacta dessa estatística.
13. Distinga distribuição da amostra de distribuição por amostragem de uma estatística.
14. Seja uma população  $X$  com parâmetros desconhecidos e a amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ . Diga se  $\bar{X}$  é uma variável aleatória? É uma estatística? Justifique as suas respostas.
15. Seja uma população  $X$  com média e variância desconhecidas e a amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ . Diga se  $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$  é uma variável aleatória? É uma estatística? Justifique as suas respostas.
16. Seja uma população  $X$  com parâmetros desconhecidos e a amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ .  $S^2$  é uma variável aleatória? Será uma estatística? Justifique as suas respostas

17. Seja uma população  $X$  com média e variância desconhecidas e a amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ . Diga se  $\frac{nS^2}{\sigma^2}$  é uma variável aleatória? É uma estatística? Justifique as suas respostas.
18. Considerando uma amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população  $X$  com função distribuição  $F_X(x)$ , mostre que a distribuição do  $\text{Min}\{X_i\}$  é dada por  $1 - [1 - F_X(x)]^n$ .
19. Considerando uma amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população  $X$  com função distribuição  $F_X(x)$ , mostre que a distribuição do  $\text{Max}\{X_i\}$  é dada por  $[F_X(x)]^n$ .
20. Prove que se  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  é uma amostra casual de uma população  $X$  para a qual existem média  $\mu = E(X_i)$  e variância  $\sigma^2 = \text{Var}(X_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), se tem,  $E(\bar{X}) = \mu$ .
21. Mostre que se  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  é uma amostra casual de uma população  $X$  para a qual existem média  $\mu = E(X_i)$  e variância  $\sigma^2 = \text{Var}(X_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) e  $\bar{X}$  a respectiva média amostral, se tem,  $\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$ .
19. Mostre que se  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  é uma amostra casual de uma população  $X$  para a qual existem média  $\mu = E(X_i)$  e variância  $\sigma^2 = \text{Var}(X_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), a variância da média da amostra sub-avalia, em média, a variância da população.
20. Discuta a variação da variância da média da amostra em função da dimensão da amostra e interprete.
21. Seja uma amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população de Poisson e a estatística  $T_{(X_1, X_2, \dots, X_n)} = \sum_{i=1}^n X_i$ . Qual a distribuição por amostragem exacta desta estatística? Justifique.

22. Seja uma amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população Poisson de parâmetro  $\lambda$  e a estatística  $T_{(X_1, X_2, \dots, X_n)} = \sum_{i=1}^n X_i$ . Qual o valor esperado e variância da estatística  $T_{(X_1, X_2, \dots, X_n)}$ ? Justifique.
23. Seja uma amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população Exponencial de parâmetro  $\lambda$  e a estatística  $T_{(X_1, X_2, \dots, X_n)} = \bar{X}$ . Qual o valor esperado e variância da estatística  $T_{(X_1, X_2, \dots, X_n)}$ ? Justifique.
24. Pretende-se fazer inferência sobre a proporção de elementos na população que tem determinada característica. Recolheu-se uma amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  dessa população. Qual a estatística a utilizar? Encontre a distribuição (função probabilidade) por amostragem exacta dessa estatística.
25. Seja uma amostra casual  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população de Bernoulli. Discuta a distribuição por amostragem aproximada da proporção amostral para diferentes valores de  $n$  e  $\theta$ .
26. Considere uma amostra casual de dimensão  $n$  de uma população Exponencial. Pretende-se fazer inferência sobre a média da população. Qual a estatística a utilizar? Quais a média e variância da distribuição por amostragem dessa estatística? Serão variáveis aleatórias? Justifique.
27. Considere uma população Exponencial. Qual a estatística que utilizaria para fazer inferência sobre a média da população? O parâmetro da população é uma variável aleatória? E a estatística que escolheu? Justifique.
28. Considere uma população de Poisson. Se se quiser fazer inferência sobre o parâmetro da população qual a estatística a utilizar. O parâmetro da população é uma variável aleatória? E a estatística que escolheu?

- 29.: Explique em que condições se deve usar a distribuição de  $t$ -Student ou a distribuição normal na inferência estatística sobre a média de uma população normal.
30. Sejam duas amostras  $(X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1m})$  e  $(X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n})$  de duas populações normais independentes  $X_1$  e  $X_2$  com variâncias conhecidas. Encontre a distribuição por amostragem da diferença de médias entre essas duas amostras. Justifique.
31. Sejam duas amostras  $(X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1m})$  e  $(X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n})$  de duas populações de Bernoulli independentes  $X_1$  e  $X_2$ . Encontre a distribuição por amostragem da diferença das proporções amostrais. Justifique.
- 32.: Explique porque é que se  $X \sim F(m, n)$  a  $P(X > x) \neq 1 - F_X(x)$ .
33. Explique como se obtém a distribuição da média da amostra em populações normais com variância desconhecida.
34. Dada uma população normal distinga os parâmetros da população dos momentos da amostra e estes dos momentos da distribuição por amostragem da média amostral.
35. Dada uma população de Bernoulli distinga o parâmetro da população da proporção amostral. Qual a distribuição por amostragem exacta e aproximada da proporção amostral?
36. Dada uma população de Bernoulli indique o parâmetro da população. Qual a estatística a utilizar para fazer inferência sobre o parâmetro da população? Quais a média e variância da distribuição por amostragem exacta dessa estatística?
37. Comente a seguinte afirmação “O valor esperado da média da população é igual à média da amostra” chamando a atenção para o que nela possa estar incorrecto.

38. Identifique e corrija os erros na seguinte afirmação “A variância da média da população é igual à variância da média da amostra”.